侧棱垂直于底面，所有棱的长都为 1，顶点都在同一个球面上，则该球的体积为（　）

A. 20π　　B. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$　　C. 5π　　D. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$

2. 补成长方体（正方体）

长方体和正方体的外接球问题比较容易，因为二者都是规则的几何体，长方体（包括正方体）的中心就是球心，即正方体的体对角线中点就是球心. 如：长方体的长宽高分别为3，2，1，其顶点都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为 ________.

掌握了这些基本题型，很多类似的题就可以转化长方体（包括正方体）来解.

例 1. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上，$AB=3$，$AC=4$，$AB\perp AC$，$AA_1=12$，则球 O 的半径为（　）

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$　　B. $2\sqrt{10}$　　C. $\frac{13}{2}$　　D. $3\sqrt{10}$

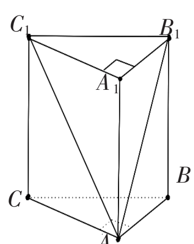

图 8

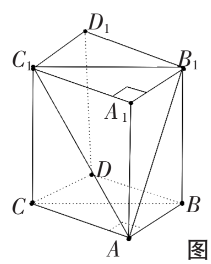

图 9

解析： 如图 8，因为 AC，AB，AA_1 三条直线相互垂直，所以可以以此三边作为长方体的三条棱，补成一个长方体如图 9，则长方体的对角线长 $l=\sqrt{AC^2+AB^2+AA_1^2}=\sqrt{3^2+4^2+12^2}=13$，所以外接球的半径 $R=\frac{13}{2}$，故选 C.

例 2. 已知正三棱锥 $P-ABC$，点 P，A，B，C 都在半径为 $\sqrt{3}$ 的球面上，若 PA，PB，PC 两两互相垂直，则球心到截面 ABC 的距离为 _______.

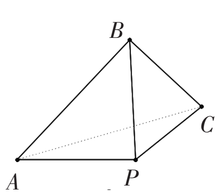

图 10

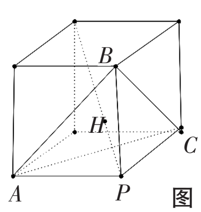

图 11

解析： 如图 10，正三棱锥 $P-ABC$，所以可以把它补成一个正方体如图 11，设正方体边长为 a，$3a^2=(2\sqrt{3})^2$，$BC=2\sqrt{2}$，$CH=\frac{\sqrt{2}}{\cos 30°}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$PH=\sqrt{PC^2-CH^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，正方体的球心到 H 的距离 $d=R-PH=\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

小结： 只要有三条相互垂直的棱，就可以尝试补形为长方体（或正方体）.

变式练习：

3. 某几何体的三视图如图 12 所示，则该几何体外接球的表面积为（　）

A. 4π　　B. 12π

C. 48π　　D. $6\sqrt{3}\pi$

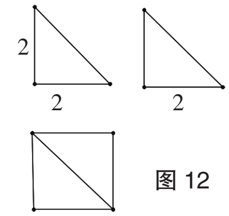

图 12

4.（2017 佛山一模文）已知三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱 PA，PB，PC 两两相互垂直，且 $PA=2\sqrt{3}$，$PB=3$，$PC=2$，则此三棱锥的外接球的体积等于 ________.

方法二：过小圆圆心作垂线确定球心

若多面体不是规则图形，则寻找外接球的球心较为困难，但是可以用下面的方法去尝试,一个锥体的外接球球心，一定在过底面这个多边形所在的小圆的圆心的垂线上.

例 1. 某几何体的三视图如图 13 所示，正视图为直角三角形，侧视图为等边三角形，俯视图为等腰直角三角形，则其外接球的表面积为（　）

A. 5π　　B. $\frac{20}{3}\pi$　　C. 8π　　D. $\frac{28\pi}{3}$

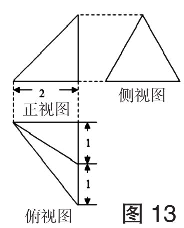

图 13

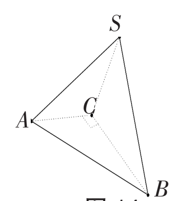

图 14

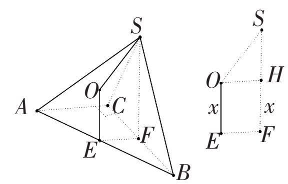

图 15

解析： 直观图如图 14 所示，外接球球心一定在与三角形 ABC 的外心垂直的直线上，不妨设球心为 O，所以 $OS=OA=R$，$(\sqrt{3}-x)^2+1^2=(\sqrt{2})^2+x^2$，$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$R^2=\frac{21}{9}$，$S=4\pi\times\frac{21}{9}=\frac{28\pi}{3}$，选 D.

例 2. 在四面体 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 平面 ABC，$\angle BAC=120°$，$SA=AC=2$，$AB=1$，则该四面体的外接球的表面积为（　）

A. 11π　　B. 7π　　C. $\frac{10\pi}{3}$　　D. $\frac{40\pi}{3}$

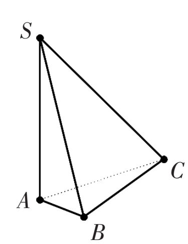

图 16

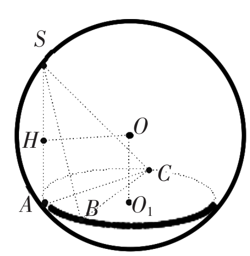

图 17

解析： 如图 16 所示，要找到外接球的球心，考虑到三点 A、B、C 在球上，所以我们先设经过这三点的小圆圆心为 O_1，球心 O 一定在过 O_1 与平面 ABC 垂直的直线上，设球心为 O，